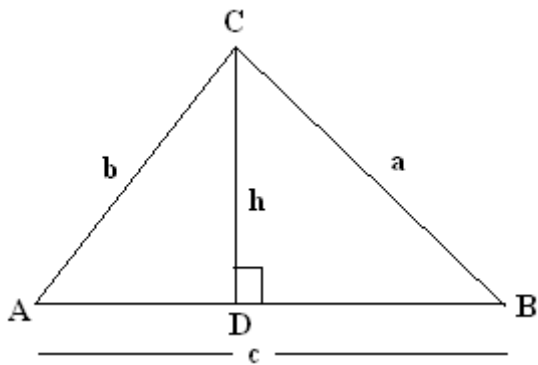


LEI DOS SENOS

Observe a o triângulo abaixo:



Primeiramente foi traçado a altura do triângulo, perpendicular ao lado AB vamos então calcular a altura no triângulo ACD utilizando seno de A, depois a altura no triângulo BCD utilizando seno de B. por ultimo igualamos as duas alturas.

$$\text{sen}.A = \frac{\text{cat.oposto}}{\text{hip}} \text{ com relação ao ângulo A, o cateto oposto é } \mathbf{h} \text{ e hipotenusa é } \mathbf{b}$$

$$\text{sen}.A = \frac{h}{b} \text{ multiplicamos meios pelos extremos, para calcular a altura h}$$

$$h = b.\text{sen}A$$

Agora vamos calcular a altura do triângulo BCD

$$\text{sen}.B = \frac{\text{cat.oposto}}{\text{hip}} \text{ com relação ao ângulo B, o cateto oposto é } \mathbf{h} \text{ e hipotenusa é } \mathbf{a}$$

$$\text{sen}.B = \frac{h}{a} \text{ multiplicamos meios pelos extremos, para calcular a altura h}$$

$$h = a.\text{sen}B$$

Igualando o valor das duas alturas temos:

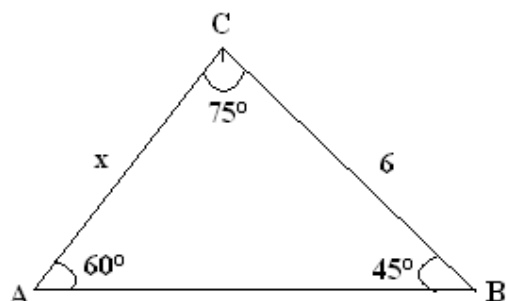
$a.\text{sen}B = b.\text{sen}A$ o seno de A e de B que estão multiplicando troca de membro e vai dividir

$$\frac{a}{\text{sen}A} = \frac{b}{\text{sen}B}$$

Traçando uma outra altura e utilizando o mesmo procedimento teríamos $\frac{c}{\text{sen}C}$

CONCLUSÃO o lado de um triângulo está para o seno do ângulo oposto. Válido também para o triângulo obtuso.

✓ Calcule x no triângulo abaixo, utilizando a lei dos senos.



O lado x está para o seno do ângulo oposto que 45°, temos então $\frac{x}{\text{sen}.45^\circ}$

O lado 6 está para o seno do ângulo oposto que é 60°, temos então $\frac{6}{\text{sen}.60^\circ}$

Armamos uma proporção com as duas razões

$$\frac{x}{\text{sen}.45^\circ} = \frac{6}{\text{sen}.60^\circ} \text{ multiplicando meios pelos extremos}$$

$x.\text{sen}60^\circ = 6.\text{sen}45^\circ$ o seno de 60° que está multiplicando troca de membro e vai dividir

$$x = \frac{6.\text{sen}45^\circ}{\text{sen}60^\circ} \text{ substituímos os valores de seno de } 45^\circ \text{ e seno de } 60^\circ$$

$$x = \frac{6 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \text{ divisão de fração, conserva a } 1^\text{a} \text{ e multiplica pelo inverso da } 2^\text{a}$$

$$x = \frac{6\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ multiplicando numeradores e denominadores entre si}$$

$$x = \frac{12\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} \text{ simplificando 12 por 6}$$

$$x = \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \text{ racionaliza}$$

$$x = \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \text{ multiplicando numeradores e denominadores entre si}$$

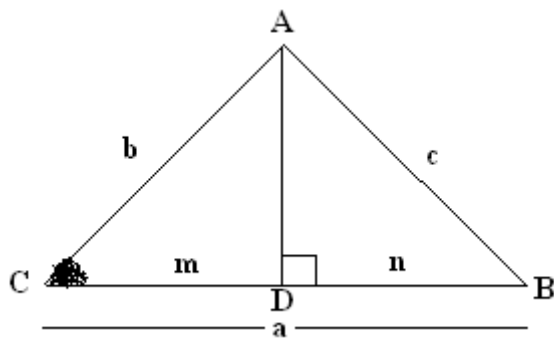
$$x = \frac{6\sqrt{6}}{\sqrt{9}} \text{ resolve a raiz de 9}$$

$$x = \frac{6\sqrt{6}}{3} \text{ divide 6 por 3}$$

$$x = 2\sqrt{6}$$

LEI DOS COSSENOS

Observe a figura



Utilizando a relação do ângulo oposto ao ângulo agudo temos:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot m \text{ **equação I**}$$

utilizando a relação do cosseno vamos calcular m

$$\cos C = \frac{m}{b} \text{ multiplicando meios pelos extremos}$$

$$m = b \cdot \cos C \text{ **equação II**}$$

Vamos substituir m na equação I

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos C \text{ essa é a relação cosseno}$$

O quadrado de um lado(x) é igual a soma do quadrado dos outros dois lados(k e w), menos duas vezes o produto desse dois lados(k e w) vezes o cosseno do ângulo(x).

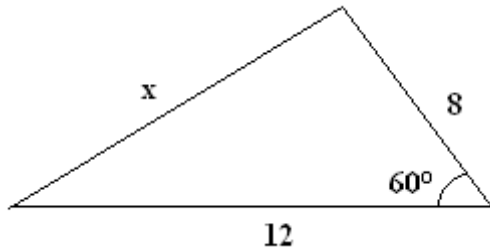
Veja a relação considerando o lado b

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos B$$

Veja a relação considerando o lado a

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos A$$

✓ Calcule o valor de x utilizando a lei dos cossenos



$$x^2 = 8^2 + 12^2 - 2 \cdot 8 \cdot 12 \cdot \cos 60^\circ \text{ resolve potências e multiplicações}$$

$$x^2 = 64 + 144 - 192 \cdot \cos 60^\circ \text{ substituimos o } \cos 60^\circ \text{ pelo seu valor}$$

$$x^2 = 64 + 144 - 192 \cdot \frac{1}{2} \text{ resolvendo } 1^\circ \text{ a multiplicação}$$

$$x^2 = 64 + 144 - 96 \text{ resolvendo adição e subtração}$$

$$x^2 = 112 \text{ o expoente 2 vira raiz}$$

$$x = \sqrt{112} \text{ simplifica através da fatoração}$$

$$x = \sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 7} \text{ sai do radical que tem expoente igual ao índice}$$

$$x = 2 \cdot 2 \sqrt{7} \text{ resolve a multiplicação}$$

$$x = 4\sqrt{7}$$